ОПТИКА И СПЕКТРОСКОПИЯ, 2005, том 98, № 3, с. 500–506

ФИЗИЧЕСКАЯ И КВАНТОВАЯ ОПТИКА

УДК 548.0:535.2+535.212

БЕЗДИСПЕРСИОННЫЕ ПОВЕРХНОСТНЫЕ ПОЛЯРИТОНЫ НА ГРАНИЦАХ КРУЧЕНИЯ КРИСТАЛЛОВ И В ПЕРЕХОДНОМ СЛОЕ МЕЖДУ НИМИ

© 2005 г. А. Н. Фурс, В. М. Галынский, Л. М. Барковский

Белорусский государственный университет, 220080 Минск, Белоруссия

Поступила в редакцию 25.06.2004 г.

Исследованы бездисперсионные поверхностные поляритоны на границах кручения прозрачных одноосных кристаллов. Дан вывод точных выражений для центральных углов секторов распространения поверхностных поляритонов при произвольных степенях анизотропии кристаллов $\varepsilon_\parallel/\varepsilon_\perp - 1$. Установлен характер трансформации секторов распространения при учете переходного изотропного слоя между кристаллами.

ВВЕДЕНИЕ

Бездисперсионные (сингулярные) поверхностные поляритоны представляют собой особый тип пограничных электромагнитных волн, распространяющихся вдоль поверхностей раздела материалов с различной симметрией. Такие поверхностные электромагнитные волны (ПЭВ) теоретически предсказаны в работах [1, 2] для границ раздела положительных одноосных кристаллов и изотропных сред. В отличие от поверхностных поляритонов на границах сильно диспергирующих изотропных сред с отрицательными диэлектрическими проницаемостями [3] сингулярные ПЭВ могут быть возбуждены в слабо диспергирующих анизотропных, гиротропных и бианизотропных средах [4, 5]. Возможные направления распространения поверхностных поляритонов образуют секторы в плоскости раздела, причем расположение этих секторов и их ширина (величина центрального угла) определяются ориентацией кристаллографических осей пограничных материалов по отношению к плоскостям среза и степенью анизотропии материалов. Важно, что секторы разрешенных направлений распространения можно динамически перестраивать в электро- и магнитооптических средах при изменении внешних управляющих электрических и магнитных полей [6]. Учет анизотропии и бианизотропии материалов значительно усложняет математический аппарат теории поверхностных поляритонов. Поэтому вывод дисперсионных уравнений, а также условий существования ПЭВ удобно проводить с помощью трехмерно-ковариантного формализма тензоров поверхностных импедансов и их интегрального представления [5, 7–9].

Наиболее ярко определяющая роль оптической анизотропии проявляется в случае бездисперсионных поверхностных возбуждений на границе, образованной разными срезами одного и того же кристалла. В работах [10, 11] рассмотрены поверхностные поляритоны на границах кручения прозрачных положительных одноосных кристаллов. Такие границы образуются, если разрезать одноосный кристалл плоскостью, проходящей через оптическую ось, и развернуть половины кристалла относительно друг друга, так что их оси оказываются скрещенными в плоскости раздела. В частности, в [10] был получен закон дисперсии поляритонов, представляемый системой алгебраических уравнений, и аналитически исследованы предельные случаи слабой и сильной анизотропии одноосного кристалла. Для этих случаев найдены приближенные выражения для ширин секторов распространения поверхностных поляритонов. В настоящей работе с использованием тензоров поверхностных импедансов проводится более детальный (по сравнению с [10, 11]) анализ проблемы бездисперсионных ПЭВ на границах кручения прозрачных одноосных кристаллов. С помощью прямых тензорных методов, изложенных в [12, 13], здесь получены точные выражения для ширин секторов распространения поверхностных поляритонов, справедливые для любых степеней анизотропии $\eta = \varepsilon_\parallel/\varepsilon_\perp - 1$ положительных одноосных кристаллов. Хотя в подавляющем большинстве естественные кристаллы в видимом диапазоне частот слабоанизотропны, с помощью современных технологий возможно создание сильно анизотропных материалов (композитных, мезоскопических и др. [14–16]) со значениями η порядка 10.

В работе также рассмотрено влияние переходного изотропного слоя на свойства бездисперсионных ПЭВ в одноосных кристаллах со скрещенными оптическими осями. Проблеме переходных слоев и их влиянию на отражение и преломление света посвящено большое количество публикаций (см. [17, 18] и цитируемую там литературу). Известно, что учет переходного слоя для поверхностных поляритонов в резонансных средах с отрицательными диэлектрическими проницаемостями приводит к ряду новых эффектов, например расщеплению дисперсионной кривой [3]. В то же время проблема влияния переходного слоя на свойства бездисперсионных поверхностных поляритонов мало изучена. Здесь выводится дисперсионное уравнение для поляритонов в изотропном слое между скрещенными кристаллами и находятся его численные решения. Показывается, что наличие переходного слоя приводит к трансформации секторов возможных направлений распространения ПЭВ, а при определенных условиях – к невозможности возбуждения поверхностных волн ни в одном из направлений в плоскости раздела.

СЕКТОРЫ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ПОВЕРХНОСТНЫХ ПОЛЯРИТОНОВ НА ГРАНИЦЕ КРУЧЕНИЯ ОДНООСНОГО КРИСТАЛЛА

Исследуем распространение поверхностных электромагнитных волн на плоской границе раздела, образованной разными срезами одного и того же немагнитного одноосного кристалла, причем оптические оси **c**, **c**' кристалла, лежащие по обе стороны границы, параллельны ей и образуют угол ϕ между собой ($0 \le \phi \le \pi/2$, рис. 1). Начало отсчета декартовой системы координат расположим в плоскости раздела, а ось z выберем параллельной единичному вектору нормали **q** к этой плоскости. Тогда кристалл в области $z < 0$ характеризуется обратным тензором диэлектрической проницаемости

$$\varepsilon^{-1} = a + (b-a)\mathbf{c}\otimes\mathbf{c}, \quad \mathbf{c}^2 = 1,$$

где $a = 1/\varepsilon_{\perp}$, $b = 1/\varepsilon_{\|}$, а кристалл в области $z > 0$ – тензором

$$\varepsilon'^{-1} = a + (b-a)\mathbf{c}'\otimes\mathbf{c}', \quad \mathbf{c}'^2 = 1.$$

Зависимость напряженностей магнитного и электрического полей ПЭВ от радиуса-вектора **r** точки наблюдения и времени t в полупространстве $z < 0$ имеет вид

$$\mathbf{H}(\mathbf{r}, t) = \sum_{s=1}^{2} C_s\mathbf{H}_s^0\exp[ik(\mathbf{b}+\eta_s\mathbf{q})\mathbf{r} - i\omega t],$$

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \sum_{s=1}^{2} C_s\mathbf{E}_s^0\exp[ik(\mathbf{b}+\eta_s\mathbf{q})\mathbf{r} - i\omega t],$$

где $\mathbf{H}_s^0$, $\mathbf{E}_s^0$ – амплитуды парциальных волн на границе раздела, C_s – весовые коэффициенты, η_s – комплексные коэффициенты затухания

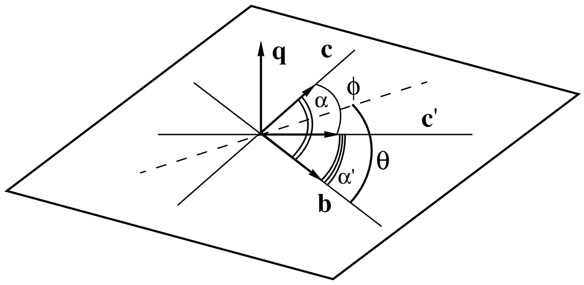

Рис. 1. Расположение оптических осей в плоскости раздела (пояснения в тексте).

($\mathrm{Im}\,\eta_s < 0$), **b** – единичный вектор, определяющий направление распространения волны вдоль границы раздела, k – проекция волнового вектора на направление **b**. Условимся обозначать штрихами величины, относящиеся к кристаллу в полупространстве $z > 0$. Тогда напряженности полей $\mathbf{H}'(\mathbf{r}, t)$, $\mathbf{E}'(\mathbf{r}, t)$ при $z > 0$ также описываются аналогичными зависимостями от **r** и t с заменой величин $\mathbf{H}_s^0$, $\mathbf{E}_s^0$, C_s, η_s, $\mathbf{m}_s$ на штрихованные, а условие убывания амплитуды волны при удалении от границы раздела имеет вид $\mathrm{Im}\,\eta_s' > 0$. Коэффициенты η_s находятся из уравнения нормалей $|\mathbf{m}^{\times}\varepsilon^{-1}(\omega)\mathbf{m}^{\times} + 1| = 0$ при подстановке в него комплексного вектора рефракции **m** [12, 13] в виде $\mathbf{m}_s = ck(\mathbf{b} + \eta_s\mathbf{q})/\omega$, а коэффициенты η_s' – из аналогичного уравнения, включающего тензор ε'.

Граничные условия для тангенциальных составляющих электрического и магнитного полей имеют вид

$$\mathbf{H}_\tau^0 = \sum_{s=1}^{2} C_s\mathbf{H}_{s\tau}^0 = \sum_{s=1}^{2} C_s'\mathbf{H}_{s\tau}'^0 = \mathbf{H}_\tau'^0,$$
$$[\mathbf{qE}^0] = \sum_{s=1}^{2} C_s[\mathbf{qE}_s^0] = \sum_{s=1}^{2} C_s'[\mathbf{qE}_s'^0] = [\mathbf{qE}'^0]. \quad (1)$$

Вводя тензоры поверхностных импедансов γ и γ', которые связывают между собой тангенциальные составляющие электрического и магнитного полей на границе раздела сред [19]

$$[\mathbf{qE}^0] = \gamma\mathbf{H}_\tau^0, \quad [\mathbf{qE}'^0] = \gamma'\mathbf{H}_\tau'^0, \quad (2)$$

и исключая из (1) и (2) векторы $\mathbf{H}_\tau'^0$, $[\mathbf{qE}^0]$, $[\mathbf{qE}'^0]$, находим

$$(\gamma - \gamma')\mathbf{H}_\tau^0 = 0. \quad (3)$$

Уравнение (3) имеет ненулевые решения $\mathbf{H}_\tau^0$, если след тензора, взаимного к $\gamma - \gamma'$, равен нулю [12, 13]:

$$(\overline{\gamma - \gamma'})_t = 0. \quad (4)$$

Уравнение (4) является дисперсионным уравнением для поверхностных электромагнитных волн.

Вид тензоров γ, γ' определяется кристаллографической симметрией граничащих кристаллов, а также взаимным расположением векторов **b**, **q**, **a** = [**bq**] и главных осей тензоров ε(ω), ε'(ω). Для оптически одноосных кристаллов при условии, что **qc** = **qc**' = 0, тензоры γ, γ' имеют вид [20]

$$\gamma = \frac{i}{\sqrt{a(d-\nu^2)}+\sqrt{b(a-\nu^2)}}\times$$
$$\times\left[\nu\left(d\sqrt{\frac{a-\nu^2}{d-\nu^2}}+\sqrt{ab}\right)\mathbf{b}\otimes\mathbf{b}+\right.$$
$$+\nu(b-a)\sin\alpha\cos\alpha\sqrt{\frac{a-\nu^2}{d-\nu^2}}(\mathbf{b}\otimes\mathbf{a}+\mathbf{a}\otimes\mathbf{b})- \quad (5)$$
$$-\frac{1}{\nu}\left((a-\nu^2)\sqrt{ab}+\right.$$
$$\left.\left.+[ab-\nu^2(a+b-d)]\sqrt{\frac{a-\nu^2}{d-\nu^2}}\right)\mathbf{a}\otimes\mathbf{a}\right],$$

$$\gamma' = -\frac{i}{\sqrt{a(d'-\nu^2)}+\sqrt{b(a-\nu^2)}}\times$$
$$\times\left[\nu\left(d'\sqrt{\frac{a-\nu^2}{d'-\nu^2}}+\sqrt{ab}\right)\mathbf{b}\otimes\mathbf{b}+\right.$$
$$+\nu(b-a)\sin\alpha'\cos\alpha'\sqrt{\frac{a-\nu^2}{d'-\nu^2}}(\mathbf{b}\otimes\mathbf{a}+\mathbf{a}\otimes\mathbf{b})- \quad (6)$$
$$-\frac{1}{\nu}\left((a-\nu^2)\sqrt{ab}+\right.$$
$$\left.\left.+[ab-\nu^2(a+b-d')]\sqrt{\frac{a-\nu^2}{d'-\nu^2}}\right)\mathbf{a}\otimes\mathbf{a}\right],$$

где

$$d = a\cos^2\alpha + b\sin^2\alpha, \quad d' = a\cos^2\alpha' + b\sin^2\alpha',$$

α и α' = α – ϕ – углы в плоскости границы между векторами **b** и **c**, **b** и **c**' соответственно (рис. 1), ν = ω/(*ck*) – безразмерная частота (фазовая скорость ПЭВ в единицах скорости света *c* в вакууме). Подставляя (5), (6) в (4), получаем дисперсионное уравнение

$$F(\nu) = 0, \quad (7)$$

$$F(\nu) = -\sqrt{ab}\sqrt{\frac{a-\nu^2}{d-\nu^2}}-\sqrt{ab}\sqrt{\frac{a-\nu^2}{d'-\nu^2}}-\frac{1}{[\sqrt{a(d-\nu^2)}+\sqrt{b(a-\nu^2)}][\sqrt{a(d'-\nu^2)}+\sqrt{b(a-\nu^2)}]}\times$$
$$\times\left\{\left(d\sqrt{\frac{a-\nu^2}{d-\nu^2}}+\sqrt{ab}\right)\left[(a-\nu^2)\sqrt{ab}+[ab-\nu^2(a+b-d')]\sqrt{\frac{a-\nu^2}{d'-\nu^2}}\right]+\right.$$
$$+\left(d'\sqrt{\frac{a-\nu^2}{d'-\nu^2}}+\sqrt{ab}\right)\left[(a-\nu^2)\sqrt{ab}+[ab-\nu^2(a+b-d)]\sqrt{\frac{a-\nu^2}{d-\nu^2}}\right]+ \quad (8)$$
$$\left.+2\nu^2(a-b)^2\sqrt{\frac{a-\nu^2}{d-\nu^2}}\sqrt{\frac{a-\nu^2}{d'-\nu^2}}\sin\alpha\cos\alpha\sin\alpha'\cos\alpha'\right\}.$$

При заданных *a*, *b*, ϕ, α решение $\nu = \nu_S$ уравнения (7) описывает поверхностную волну, распространяющуюся вдоль **b**, только в том случае, если коэффициенты η_s, η'_s – комплексные, т.е. если энергия электромагнитного поля волны локализована вблизи границы раздела в обоих кристаллах. Это означает, что безразмерная фазовая скорость волны должна быть меньше некоторого предельного значения [8],

$$0 \le \nu_S < \nu_L.$$

Для отрицательных кристаллов (*a* < *b*) $\nu_L = \sqrt{a}$, а для положительных (*a* > *b*) – $\nu_L = \min(\sqrt{d}, \sqrt{d'})$. Отсутствие решений уравнения (7) в интервале

$[0, \nu_L)$ (субсветовом интервале [8]) означает, что поверхностная волна не может распространяться вдоль направления **b**.

Можно показать, что функция $F(\nu)$ (8) монотонно зависит от ν. При $\nu = 0$ она отрицательна, а для отрицательных кристаллов при $\nu = \nu_L = \sqrt{a}$ равна нулю. Следовательно, поверхностные возбуждения невозможны на границе раздела, образованной срезами отрицательного кристалла. Поэтому далее рассматриваются волны на границе раздела положительных кристаллов ($a > b$).

Если волна может распространяться в некотором направлении **b**, то она распространяется и в противоположном направлении **–b**, поскольку функция $F(\nu)$ не изменяется при замене $\alpha \longrightarrow \pi + \alpha$, $\alpha' \longrightarrow \pi + \alpha'$. Кроме того, она инвариантна при замене $\alpha \longrightarrow -\alpha'$, $\alpha' \longrightarrow -\alpha$. Таким образом, множество направлений **b**, вдоль которых возможно распространение поверхностных волн, зеркально симметрично при отражениях в плоскости раздела относительно биссектрисы угла, образованного векторами **c** и **c**', и при отражениях относительно перпендикуляра к этой биссектрисе. По этой причине достаточно рассматривать только направления **b**, определяемые углами $\alpha \in [\phi/2, \pi/2 + \phi/2]$. В этом случае $d < d'$ и $\nu_L = \sqrt{d}$.

Хотя функция $F(\nu)$, входящая в уравнение (7), сложным образом зависит от ν, тем не менее нетрудно установить область существования решений дисперсионного уравнения. Так как $F(\nu)$ монотонна и при $\nu = 0$ отрицательна, то эта область определяется условием

$$\lim_{\nu \to \nu_L = \sqrt{d}} F(\nu) > 0. \tag{9}$$

Можно выделить общий коэффициент при расходящейся как $(d - \nu^2)^{-1/2}$ части функции $F(\nu)$. Требуя, чтобы он был положительным, получаем

$$\begin{gathered} -2b\sqrt{ab}\sin\alpha\sqrt{\sin^2\alpha - \sin^2\alpha'} - \\ -2ab(\sin^2\alpha - \sin^2\alpha') + \\ +d(a-b)(\sin^2\alpha - \sin^2\alpha')^2 + \\ +d(a-b)(\sin\alpha\cos\alpha - \sin\alpha'\cos\alpha')^2 > 0. \end{gathered}$$

Далее удобно ввести угол θ между вектором **b** направления распространения волны и биссектрисой угла, образованного векторами **c** и **c**' (рис. 1). Тогда $\alpha = \theta + \phi/2$, $\alpha' = \theta - \phi/2$, и условие (9) принимает вид

$$A(x) > 0, \tag{10}$$

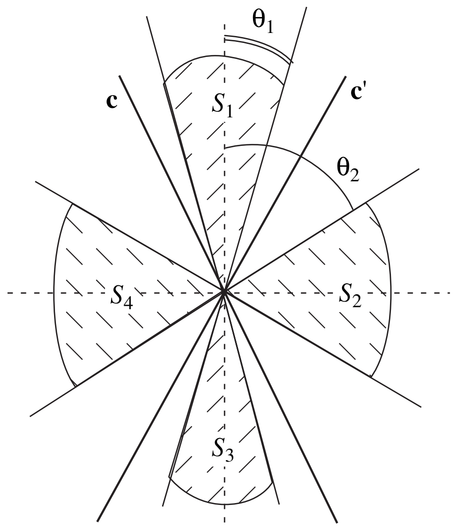

Рис. 2. Секторы разрешенных направлений распространения **b** поверхностных поляритонов.

где

$$\begin{gathered} A(x) = \eta\left(1 + \eta\sin^2\frac{\phi}{2}\right)\left(\sin\frac{\phi}{2}\cos\frac{\phi}{2}\right)^{3/2} x^2 - \\ -\sqrt{1+\eta}\cos\frac{\phi}{2}x^{3/2} - \\ -2\left(1 + \eta\sin^2\frac{\phi}{2}\right)\left(1 + \eta\cos^2\frac{\phi}{2}\right)\sqrt{\sin\frac{\phi}{2}\cos\frac{\phi}{2}}x - \\ -\sqrt{1+\eta}\sin\frac{\phi}{2}x^{1/2} + \eta\left(1 + \eta\cos^2\frac{\phi}{2}\right)\left(\sin\frac{\phi}{2}\cos\frac{\phi}{2}\right)^{3/2}. \end{gathered} \tag{11}$$

В (11) $x = \operatorname{tg}\theta$, а $\eta = a/b - 1 = \varepsilon_{\parallel}(\omega)/\varepsilon_{\perp}(\omega) - 1$ – степень анизотропии одноосного кристалла. Таким образом, условие (10) определяет углы θ, отвечающие направлениям **b**, вдоль которых возможно распространение поверхностных электромагнитных волн. Эти направления образуют в плоскости раздела четыре сектора S_1, S_2, S_3, S_4 (рис. 2). Положение секторов характеризуется углами $\theta_1 = \operatorname{arctg} x_1$ и $\theta_2 = \operatorname{arctg} x_2$ $(0 < \theta_1 < \theta_2 < \pi/2)$, где x_1, x_2 – положительные корни уравнения $A(x) = 0$. Очевидно, что ширина секторов S_1 и S_3 равна $2\theta_1$, а секторов S_2 и S_4 составляет $\pi - 2\theta_2$.

На рис. 3 показана зависимость граничных углов θ_1 и θ_2 от степени анизотропии η при фиксированных углах скрещивания ϕ. Видно, что ширина секторов $S_1,\ldots,S_4$ оказывается тем больше, тем выше степень анизотропии кристалла – ситуация, типичная для бездисперсионных ПЭВ на границе раздела анизотропных материалов.

Для слабо и сильно анизотропных кристаллов с помощью уравнения $A(x) = 0$ можно получить простые приближенные выражения для θ_1 и θ_2.

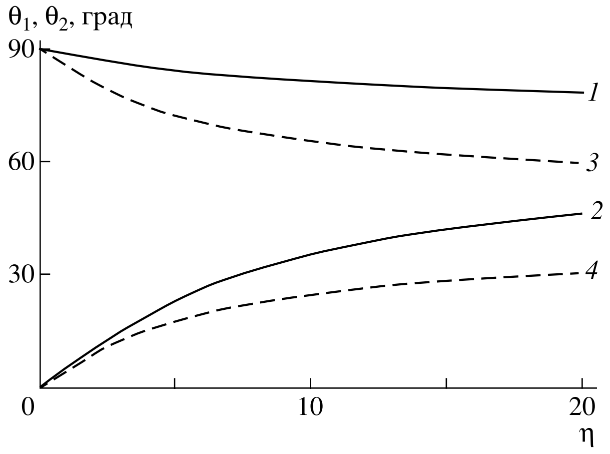

Рис. 3. Зависимость граничных углов θ_1, θ_2 ($\theta_2 > \theta_1$) от параметра анизотропии η: *1*, *2* – для $\phi = \pi/4$; *3*, *4* – для $\phi = \pi/2$.

Например, для слабо анизотропного материала ($\eta \ll 1$) угол θ_1 мал, и $x = \operatorname{tg}\theta_1 \approx \theta_1$. Введем переменную y так, что $x = \eta^2 y$. Оставляя в выражении для $A(x)$ (11) члены, линейные по η, находим, что $y = \sin(\phi/2)\cos^3(\phi/2)$ и

$$\theta_1 \approx \eta^2 \sin\frac{\phi}{2}\cos^3\frac{\phi}{2}. \qquad (12)$$

Аналогично

$$\theta_2 \approx \frac{\pi}{2} - \eta^2 \sin^3\frac{\phi}{2}\cos\frac{\phi}{2}. \qquad (13)$$

Ширина секторов $S_1, \ldots, S_4$ оказывается пропорциональной η^2. Для сильно анизотропных материалов ($\eta \gg 1$) имеем

$$\theta_{1,2} = \frac{\pi}{2} - \frac{\phi}{2} \pm \frac{1}{\sqrt{\eta}}. \qquad (14)$$

Приближенные формулы (12)–(14) были впервые получены в работе [10].

Если направление **b** совпадает с биссектрисой угла, образованного **c** и **c**', или перпендикулярно ей, то поверхностная волна может распространяться при любых углах скрещивания ϕ ($0 < \phi \le \pi/2$), причем ее поляризация линейна [11]. Действительно, в этом случае $\theta = n\pi/2$, $n = 0, 1, 2, 3$, и неравенство (10) выполняется при любых a и b таких, что $a > b$.

Оценим погрешность приближенных формул (12) и (13) и установим область их применимости. Не теряя общности, оценку погрешности проведем для θ_1, считая, что угол скрещивания ϕ изменяется от 0 до π. Пусть $x_1 \approx \theta_1$ (12) – приближенное решение уравнения $A(x) = 0$, а $\tilde{x}$ – точное решение. Разложим $A(\tilde{x})$ в ряд Тейлора вблизи точки $x = x_1$:

$$A(\tilde{x}) = 0 = A(x_1) + \left.\frac{dA}{dx}\right|_{x = x_1}(\tilde{x} - x_1) + \ldots .$$

Тогда абсолютная Δ и относительная δ погрешности вычисления θ_1 по формуле (12)

$$\Delta = \tilde{x} - x_1 = -A(x_1)/\left.\frac{dA}{dx}\right|_{x = x_1},$$

$$\delta = \frac{\tilde{x} - x_1}{x_1} = -\frac{1}{x_1}A(x_1)/\left.\frac{dA}{dx}\right|_{x = x_1}.$$

Принимая во внимание (11), получаем

$$A(x_1) = -\eta^2\left(\sin\frac{\phi}{2}\cos\frac{\phi}{2}\right)^{3/2}\left(\frac{1}{2} + \cos^2\frac{\phi}{2}\right) + O(\eta^3),$$

$$\left.\frac{dA}{dx}\right|_{x = x_1} = -\frac{\sqrt{\sin\phi/2}}{2\eta\cos^{3/2}\phi} + O(1).$$

Таким образом, относительная погрешность оказывается пропорциональной η,

$$\delta = -\eta(1 + 2\cos^2\phi/2),$$

и достигает максимального по модулю значения -3η при $\phi = 0$. Ограничивая $|\delta|$ значением 0.1, заключаем, что приближенные выражения (12) и (13) допустимо использовать для степеней анизотропии $0 \le \eta < 0.03$, а при больших η для расчета θ_1, θ_2 и ширин секторов $S_1, \ldots, S_4$ следует использовать точные соотношения (10) и (11).

БЕЗДИСПЕРСИОННЫЕ ПОЛЯРИТОНЫ В ПЕРЕХОДНОМ ИЗОТРОПНОМ СЛОЕ МЕЖДУ СКРЕЩЕННЫМИ ОДНООСНЫМИ КРИСТАЛЛАМИ

При выводе дисперсионного уравнения (7) предполагалось, что срезы одноосного кристалла образуют резкую границу. В действительности диэлектрические свойства приповерхностной области кристалла отличаются от диэлектрических свойств участков кристалла, удаленных от границы раздела, что приводит к возникновению около границы раздела переходного слоя. Наличие переходного слоя меняет спектр поверхностных возбуждений, и это является дополнительным источником информации о физических свойствах приповерхностных областей кристаллов [3].

Исследуем, какое влияние оказывает переходный слой на свойства бездисперсионных поверхностных поляритонов на границах кручения положительных одноосных кристаллов. Будем считать, что этот слой изотропный с диэлектрической проницаемостью ε_s, его толщина l и он расположен в области $0 < z < l$. Одноосные кристаллы с единичными векторами **c** и **c**' оптических осей, параллельными границам раздела, расположены в областях $z < 0$ и $z > l$ соответственно.

Для вывода дисперсионного уравнения воспользуемся связью тангенциальных компонент магнитного и электрического полей на границах раздела $z = 0$ и $z = l$ с помощью характеристической матрицы (пропагатора) слоя $\mathbb{P}$:

$$\begin{pmatrix} \mathbf{H}'^0_\tau \\ [\mathbf{q}\mathbf{E}'^0] \end{pmatrix} = \mathbb{P}\begin{pmatrix} \mathbf{H}^0_\tau \\ [\mathbf{q}\mathbf{E}^0] \end{pmatrix}, \quad \mathbb{P} = \begin{pmatrix} P_{11} & P_{12} \\ P_{21} & P_{22} \end{pmatrix}. \qquad (15)$$

Элементы $P_{11}, P_{12}, P_{21}, P_{22}$ 6×6-матрицы $\mathbb{P}$ – трехмерные планальные тензоры. Для изотропного слоя они имеют вид [20]

$$P_{11} = P_{22} = \mathrm{ch}\left(\frac{2\pi L}{\nu}\sqrt{1-\nu^2\varepsilon_s}\right)I,$$

$$P_{12} = i\,\mathrm{sh}\left(\frac{2\pi L}{\nu}\sqrt{1-\nu^2\varepsilon_s}\right)\times$$

$$\times\left(\frac{\varepsilon_s\nu}{\sqrt{1-\nu^2\varepsilon_s}}\mathbf{a}\otimes\mathbf{a} - \frac{\sqrt{1-\nu^2\varepsilon_s}}{\nu}\mathbf{b}\otimes\mathbf{b}\right), \qquad (16)$$

$$P_{21} = i\,\mathrm{sh}\left(\frac{2\pi L}{\nu}\sqrt{1-\nu^2\varepsilon_s}\right)\times$$

$$\times\left(-\frac{\sqrt{1-\nu^2\varepsilon_s}}{\varepsilon_s\nu}\mathbf{a}\otimes\mathbf{a} + \frac{\nu}{\sqrt{1-\nu^2\varepsilon_s}}\mathbf{b}\otimes\mathbf{b}\right),$$

где $L = l/\lambda = \nu kl/2\pi$ – толщина слоя в длинах волн в вакууме, $I = 1 - \mathbf{q}\otimes\mathbf{q} = \mathbf{b}\otimes\mathbf{b} + \mathbf{a}\otimes\mathbf{a}$ – проективный оператор на плоскости раздела. Умножая обе части равенства (15) слева на 3×6-матрицу $(\gamma' - I)$ и учитывая второе из соотношений (2), находим связь тангенциальных составляющих электрического и магнитного полей на границе $z = 0$:

$$[\mathbf{q}\mathbf{E}^0] = (\gamma' P_{12} - P_{22})^-(P_{21} - \gamma' P_{11})\mathbf{H}^0_\tau, \qquad (17)$$

где знак $^-$ обозначает псевдообращение тензора (обращение в двумерном пространстве, ортогональном **q**). Тензорный коэффициент в (17)

$$\gamma_{\mathrm{ef}} = (\gamma' P_{12} - P_{22})^-(P_{21} - \gamma' P_{11}) \qquad (18)$$

представляет собой эффективный тензор поверхностных импедансов кристалла $z > l$ и переходного слоя. Принимая во внимание (17) и первое из соотношений (2), получаем дисперсионное уравнение для ПЭВ, локализованных на границе раздела $z = 0$,

$$(\overline{\gamma_{\mathrm{ef}} - \gamma})_t = 0, \qquad (19)$$

в котором по сравнению с (4) γ' заменяется на γ_{ef}. В явном виде дисперсионное уравнение получается при подстановке в (19) выражений (18), (16), (5), (6) и ввиду громоздкости здесь не приводится.

В предельном случае отсутствия переходного слоя ($L = 0$) элементы матрицы $\mathbb{P}$ равны $P_{11} = P_{22} = I$, $P_{12} = P_{21} = 0$, тензор γ_{ef} совпадает с γ', а уравнение (18) переходит в (4).

Можно показать, что в другом предельном случае $L \longrightarrow \infty$ тензор γ_{ef} становится равным тензору поверхностных импедансов изотропной среды с диэлектрической проницаемостью ε_s,

$$\gamma_s = -\frac{i\nu}{\sqrt{1-\varepsilon_s\nu^2}}\mathbf{b}\otimes\mathbf{b} + \frac{i\sqrt{1-\varepsilon_s\nu^2}}{\varepsilon_s\nu}\mathbf{a}\otimes\mathbf{a}.$$

Это означает, что при рассмотрении возбуждений на границе $z = 0$ полями на другой границе можно пренебречь, и мы переходим к задаче распространения бездисперсионных ПЭВ на границе одноосного кристалла и изотропной среды, исследованной в [2] (см. также [8, 9]). В этом случае необходимым условием существования поверхностных волн является [2]

$$\varepsilon_\parallel > \varepsilon_s > \varepsilon_\perp, \qquad (20)$$

а возможные направления распространения поверхностных волн определяются углами α, принадлежащими интегралам $(\alpha_{\min}, \alpha_{\max})$, $(\pi - \alpha_{\max}, \pi - \alpha_{\min})$, $(\pi + \alpha_{\min}, \pi + \alpha_{\max})$, $(2\pi - \alpha_{\max}, 2\pi - \alpha_{\min})$, где

$$\sin^2\alpha_{\min} = \frac{\xi}{2}\{1 - \eta\xi + [(1-\eta\xi)^2 + 4\eta]^{1/2}\},$$

$$\sin^2\alpha_{\max} = \frac{(1+\eta)^3\xi}{(1+\eta)^2(1+\eta\xi) - \eta^2(1-\xi)^2}$$

и $\xi = (\varepsilon_s - \varepsilon_\perp)/(\varepsilon_\parallel - \varepsilon_\perp)$. Секторы в плоскости раздела, соответствующие этим интервалам, обозначим $Q_1, \ldots, Q_4$.

Ясно, что при непрерывном изменении толщины слоя L от нуля до бесконечности секторы $S_1, \ldots, S_4$ (рис. 2) должны трансформироваться в $Q_1, \ldots, Q_4$. Нами найдены численные решения дисперсионного уравнения (19) при различных L и установлен качественный характер этой трансформации. При этом предполагалось, что условие (20) выполнено, и рассматривались следующие случаи: 1) для заданной ориентации осей кристаллов **c** и **c**' секторы S_1 (или S_2) и Q_1 не перекрываются, 2) сектор Q_1 лежит внутри одного из секторов S_1, S_2, 3) секторы Q_1 и S_1 (или S_2) перекрываются частично.

В случае 1 при увеличении толщины слоя L ширина секторов $S_1, \ldots, S_4$ уменьшается, и при некотором значении L_1 эти секторы исчезают вовсе. Имеется целый интервал значений (L_1, L_2), для которых дисперсионное уравнение не имеет решений, и поверхностные возбуждения невозможны (рис. 4). При дальнейшем увеличении L ($L > L_2$) в плоскости раздела вновь появляются секторы направлений, вдоль которых возможно распростра-

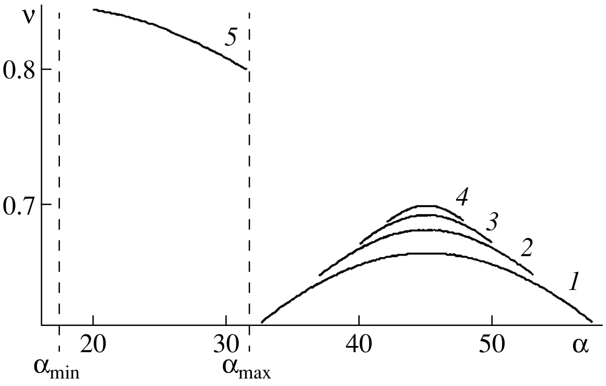

Рис. 4. Решения дисперсионного уравнения (20) для случая неперекрывающихся секторов S_1 (S_2) и Q_1 ($a = 0.8$, $b = 0.2$, $a' = 0.71$). *1* – $L = 0$, *2* – 0.05, *3* – 0.1, *4* – 0.15, *5* – 14.

нение поверхностных волн, ширина этих секторов увеличивается, и в пределе $L \longrightarrow \infty$ они переходят в $Q_1,\ldots,Q_4$. Отметим, что при $L > L_2$ амплитуда электромагнитного поля по обе стороны границы $z = 0$ экспоненциально убывает с ростом $|z|$, а в одноосном кристалле ($z > l$) волна является объемной.

В случае 2 дисперсионное уравнение имеет решения при любых толщинах переходного изотропного слоя L. Например, можно выбрать угол скрещивания осей ϕ так, что

$$\phi = \alpha_{min} + \alpha_{max}.$$

Тогда средняя линия сектора Q_1 совпадет с биссектрисой угла, образованного оптическими осями **c** и **c**'. С увеличением толщины L слоя ширины секторов разрешенных направлений распространения вначале уменьшаются, а затем увеличиваются, в результате секторы $S_1,\ldots,S_4$ непрерывным образом трансформируются в $Q_1,\ldots,Q_4$.

В случае 3 в зависимости от степени перекрытия секторов трансформация секторов $S_1,\ldots,S_4$ в $Q_1,\ldots,Q_4$ происходит либо подобно случаю 1, либо подобно случаю 2.

Наконец, диэлектрическая проницаемость слоя ε_s может быть выбрана так, что условие (20) не выполняется. В этом случае с увеличением L ширина секторов $S_1,\ldots,S_4$ уменьшается, и при толщинах слоя, превышающих некоторое предельное значение, дисперсионное уравнение не имеет решений.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Из анализа дисперсионного уравнения (7) для поверхностных поляритонов на резкой границе, образованной разными срезами одного и того же положительного одноосного кристалла, следует, что возможные направления их распространения лежат в секторах, средние линии которых совпадают с биссектрисой угла между оптическими осями **c** и **c**' и с перпендикуляром к ней. В работе получены точные выражения, позволяющие определить ширины этих секторов для любых значений степени анизотропии $\eta = \varepsilon_{\parallel}/\varepsilon_{\perp} - 1$ кристаллов. Для слабо анизотропных и сильно анизотропных кристаллов эти выражения совпадают с ранее полученными в работе [10] приближенными выражениями.

Получено дисперсионное уравнение для ПЭВ в структуре одноосный кристалл–изотропный переходный слой–одноосный кристалл при условии, что оптические оси кристаллов лежат в плоскостях раздела сред, и найдены его численные решения. Установлено, что при отсутствии перекрытия секторов $S_1,\ldots,S_4$ и $Q_1,\ldots,Q_4$ для переходных слоев с толщинами порядка нескольких длин волн возбуждение поверхностных поляритонов невозможно ни в одном из направлений вдоль плоскостей раздела.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Марчевский Ф.Н., Стрижевский В.Л., Стрижевский С.В.* // ФТТ. 1984. Т. 26. № 5. С. 1501.
2. *Дьяконов М.И.* // ЖЭТФ. 1988. Т. 94. № 4. С. 119.
3. Поверхностные поляритоны / Под ред. Аграновича В.М., Миллса Д.Л. М.: Наука, 1985.
4. *Фурс А.Н., Барковский Л.М.* // Сб. трудов 2-й Международной конф. молодых ученых и специалистов “Оптика-2001”. СПб., 2001. С. 33.
5. *Galynsky V.M., Furs A.N., Barkovsky L.M.* // J. Phys. A. 2004. V. 37. № 18. P. 5083.
6. *Фурс А.Н., Барковский Л.М.* // ЖТФ. 2003. Т. 73. В. 4. С. 9.
7. *Furs A.N., Barkovsky L.M.* // Microwave and Opt. Technol. Lett. 1997. V. 14. P. 301.
8. *Furs A.N., Barkovsky L.M.* // J. Opt. A. 1999. V. 1. P. 109.
9. *Галынский В.М., Фурс А.Н.* // Вестник БГУ. Сер. 1. 2003. № 3. С. 3.
10. *Аверкиев Н.С., Дьяконов М.И.* // Опт. и спектр. 1990. Т. 68. В. 5. С. 1118.
11. *Даринский А.Н.* // Кристаллография. 2001. Т. 46. № 5. С. 916.
12. *Федоров Ф.И.* Оптика анизотропных сред. М.: Едиториал УРСС, 2004.
13. *Федоров Ф.И.* Теория гиротропии. Мн.: Наука и техника, 1976.
14. *Gleiter H.* // Acta Materialia. 2000. V. 48. № 1. P. 1.
15. *Hirth J.P.* // Acta Materialia. 2000. V. 48. № 1. P. 93.
16. *Setter N., Waser R.* // Acta Materialia. 2000. V. 48. № 1. P. 151.
17. *Розенберг Г.В.* Оптика тонкослойных покрытий. М., 1958.
18. *Кизель В.А.* Отражение света. М.: Наука, 1973.
19. *Barkovsky L.M., Borzdov G.N., Lavrinenko A.V.* // J. Phys. A. 1987. V. 20. № 5. P. 1095.
20. *Фурс А.Н., Барковский Л.М.* // Кристаллография. 2001. Т. 46. № 6. С. 1102.