

**ФИЗИЧЕСКАЯ И КВАНТОВАЯ  
ОПТИКА**

УДК 535:535.7

**БОКОВОЙ СДВИГ ФЕДОРОВА  
НА ГРАНИЦЕ РАЗДЕЛА “ЛЕВЫХ” И “ПРАВЫХ” СРЕД**

© 2005 г. А. В. Новицкий, В. М. Галынский, А. Н. Фурс, Л. М. Барковский

*Белорусский государственный университет, 220080 Минск, Белоруссия*

Поступила в редакцию 02.11.2004 г.

В окончательной редакции 15.02.2005 г.

Исследован боковой сдвиг Федорова для поляризованного пучка при полном внутреннем отражении света от границы раздела сред с положительным и отрицательным показателями преломления. Показана существенная зависимость бокового сдвига от поляризации падающего пучка. Предсказана возможность полной компенсации сдвига Федорова при полном внутреннем отражении линейно поляризованных мод от двух границ планарного волновода с подложкой из “левого” материала.

Начиная с первых успешных экспериментов [1, 2] по изучению материалов, имеющих одновременно отрицательные значения диэлектрической и магнитной проницаемостей  $\epsilon < 0$ ,  $\mu < 0$ , с каждым годом появляется все большее число работ по данной тематике. Для создания таких сред используются искусственные композитные материалы – метаматериалы [3], которые реализуются при отсутствии сильной квазистатической связи между подсистемами, обладающими отрицательной диэлектрической и отрицательной магнитной проницаемостями. Теоретически материалы с одновременно отрицательными магнитной и диэлектрической проницаемостями впервые были рассмотрены Веселаго [4], который показал их эквивалентность средам с отрицательными показателями преломления. Он обнаружил, что напряженности электрического и магнитного полей и волновой вектор в таких материалах образуют левую тройку, в то время как в средах с положительным показателем преломления – правую тройку. Это позволяет разделить среды на “правые” и “левые”. Особенность “левых” сред заключается в том, что для плоской электромагнитной волны вектор Умова–Пойнтинга и волновой вектор антипараллельны, либо, другими словами, групповая и фазовая скорости направлены противоположно друг другу.

Однако возможность противоположно направленных фазовой и групповой скоростей была известна и до работы [4]. Например, в книге Ламба [5] можно найти такие слова: “С физической точки зрения групповая скорость, пожалуй, важнее, чем скорость волны. Последняя может быть больше или меньше, чем первая, и даже возможно представить такую среду, в которой обе имеют различное направление; это будет тогда обозначать, что какое-то возмущение могло бы распространяться из некоторой средней точки во внешнее пространство в виде группы, в то время как отдельные вол-

ны, из которых состоит группа, сами будут двигаться в обратном направлении, зарождаясь на передней стороне и затухая при приближении к задней стороне”. В работе [6] Мандельштам показал, что волны в пространственно-периодической среде (кристаллической решетке) могут обладать отрицательной групповой скоростью. Экспериментально это было обнаружено, например, в работе [7], где рассматривался эффект аномального преломления в ферромагнетиках.

“Левые” среды, созданные на основе композитных материалов, являются анизотропными двух- или трехмерными периодическими структурами. Эти среды можно считать изотропными только для длин волн, много больших периода структуры [8]. В данной статье мы остаемся в рамках такого приближения, т.е. считаем среды изотропными. “Левые” материалы существуют для микроволнового диапазона электромагнитных волн (в [9] сообщается о таких средах, работающих на частотах до 300 ГГц). Несмотря на отсутствие на сегодняшний день “левых” сред в оптическом диапазоне частот, можно надеяться на быстрое развитие технологий в этом направлении. Результаты этой работы будут справедливы и в оптике, поскольку мы рассматриваем электромагнитные волны, не фиксируя частотной области.

Еще в первых работах В.Г. Веселаго предсказывались новые стороны ряда явлений электродинамики (например, эффектов Доплера и Черенкова) при распространении излучения в среде с отрицательным показателем преломления. Недавно в статьях [10–12], посвященных исследованию полного внутреннего отражения на границе раздела “правой” и “левой” сред, был обнаружен необычный эффект. Как известно, продольный сдвиг пучка (сдвиг Гуса–Хэнхен) на границе обычных сред с положительными показателями преломления объясняется тем, что пучок отражается от эффективной границы, расположенной

ниже настоящей, т.е. проходит дополнительный путь в среде с меньшим показателем преломления. Оказалось, что при полном внутреннем отражении от границы раздела “правой” и “левой” сред пучок смещается в направлении, противоположном обычному сдвигу Гуса–Хэнхен, а эффективная граница располагается выше настоящей. Этот эффект получил название отрицательного сдвига Гуса–Хэнхен.

При полном внутреннем отражении пучок подвергается не только продольному, но и боковому смещению. Боковое смещение пучка было предсказано Федоровым [13, 14] и заключается в том, что пучок выходит из плоскости падения. При этом боковое смещение зависит не только от угла падения и энергии падающей волны, но и от ее поляризации. Позднее сдвиг Федорова был обнаружен экспериментально [15, 16], а также исследовались условия, при которых световой пучок испытывает поперечный сдвиг без искажения структуры поля [17, 18].

В данной работе теоретически исследовано боковое смещение плосковолнового пучка при полном внутреннем отражении от границы раздела “правой” и “левой” сред. Статья построена следующим образом: сначала рассматриваются известные результаты для сдвига Федорова на границе раздела изотропных сред с положительными показателями преломления, затем изучается боковой сдвиг на границе раздела двух сред, по крайней мере, одна из которых характеризуется одновременно отрицательными диэлектрической и магнитной проницаемостями. Боковые смещения, полученные в каждом из рассмотренных случаев, сравниваются друг с другом.

Пусть среда с большим модулем показателя преломления (первая среда) описывается диэлектрической  $\epsilon_1$  и магнитной  $\mu_1$  проницаемостями, а среда с меньшим модулем показателя преломления (вторая среда) –  $\epsilon_2$  и  $\mu_2$  ( $\epsilon_1\mu_1 > \epsilon_2\mu_2$ ). Электромагнитная волна из первой среды падает на границу раздела, и при углах падения, превышающих критический угол  $\phi_0 = \arcsin \sqrt{\epsilon_2\mu_2/\epsilon_1\mu_1}$ , происходит полное внутреннее отражение светового пучка. Плоская электромагнитная волна с частотой  $\omega$  характеризуется следующей зависимостью напряженностей полей от координат  $\mathbf{r}$  и времени  $t$ :

$$\{\mathbf{E}(\mathbf{r}, t), \mathbf{H}(\mathbf{r}, t)\} = \{\mathbf{E}, \mathbf{H}\} \exp\left(i\frac{\omega}{c}\mathbf{m}\mathbf{r} - i\omega t\right),$$

где  $\mathbf{m} = n\mathbf{k} = c\mathbf{k}/\omega$  – вектор рефракции [19],  $\mathbf{k}$  – волновой вектор,  $n$  – показатель преломления среды,  $\mathbf{n}$  – единичный вектор фазовой нормали. Векторы рефракции падающей, отраженной и прошедшей волн определяется как

$$\mathbf{m}^{(in)} = \mathbf{b} + \eta_1 \mathbf{q}, \quad \mathbf{m}^{(r)} = \mathbf{b} - \eta_1 \mathbf{q}, \quad \mathbf{m}^{(t)} = \mathbf{b} + \eta_2 \mathbf{q},$$

$$\eta_1 = \sqrt{\epsilon_1\mu_1 - \mathbf{b}^2}, \quad \eta_2 = \sqrt{\epsilon_2\mu_2 - \mathbf{b}^2},$$

где  $\mathbf{q}$  – единичная нормаль к границе раздела сред, направленная во вторую среду, вектор  $\mathbf{b}$  лежит на линии пересечения плоскости падения и плоскости раздела сред и одинаков для всех векторов рефракции. Модуль вектора  $\mathbf{b}$  определяется углом падения волны, а закон Снеллиуса выражается соотношением  $|\mathbf{b}| = n_1 \sin \phi_1 = n_2 \sin \phi_2$ , где  $n_1, n_2$  – показатели преломления первой и второй сред;  $\phi_1, \phi_2$  – углы падения и преломления.

В случае полного внутреннего отражения прошедшая волна становится неоднородной, а соответствующий ей вектор рефракции – комплексным  $\mathbf{m}^{(t)} = \mathbf{b} + i\eta_2' \mathbf{q}$ , где  $\eta_2' = \sqrt{\mathbf{b}^2 - \epsilon_2\mu_2}$ ,  $\eta_2 = i\eta_2'$ . Такой вектор рефракции обеспечивает затухание волны в среде с меньшим модулем показателя преломления при удалении от границы раздела. Средний поток энергии во второй среде при полном внутреннем отражении всегда лежит в плоскости раздела сред [19]:

$$\bar{\mathbf{S}} = S_1 \frac{\mathbf{b}}{|\mathbf{b}|} + S_2 \frac{\mathbf{a}}{|\mathbf{b}|}, \quad (1)$$

$$S_1 = \frac{c|\mathbf{b}|}{2\pi} e^{-2\omega\eta_2'z/c} \left( \frac{1}{\mu_2\eta_1^2/\mu_1^2 + \eta_2'^2/\mu_2^2} |A|^2 + \frac{\epsilon_1}{\epsilon_2\mu_1\eta_1^2/\epsilon_1^2 + \eta_2'^2/\epsilon_2^2} |B|^2 \right), \quad (2)$$

$$S_2 = -\frac{c|\mathbf{b}|\epsilon_1\eta_1^2\eta_2'}{\pi\sqrt{\epsilon_1\mu_1}} e^{-2\omega\eta_2'z/c} \operatorname{Im}\left(\frac{AB^*}{s^*}\right), \quad (3)$$

$$s = (\eta_1\mu_2 + i\eta_2'\mu_1)(\eta_1\epsilon_2 - i\eta_2'\epsilon_1),$$

где  $\mathbf{a} = \mathbf{b} \times \mathbf{q}$ . Комплексные числа  $A$  и  $B$  задают поляризацию падающей волны, вектор электрического поля которой имеет вид

$$\mathbf{E}^{(in)} = A\mathbf{a}_0 + B\mathbf{d}, \quad \mathbf{a}_0 = \frac{\mathbf{a}}{|\mathbf{b}|}, \quad \mathbf{d} = \frac{\mathbf{m}^{(in)} \times \mathbf{a}}{|n_1||\mathbf{b}|}, \quad (4)$$

где  $\mathbf{a}_0$  и  $\mathbf{d}$  – действительные единичные векторы, ортогональные друг другу. Если  $A = A_1 + iA_2$  и  $B = B_1 + iB_2$  – произвольные комплексные числа, то поляризация падающей волны в общем случае эллиптическая. При  $A_2 = B_2 = 0$  поляризация становится линейной, при  $A_2 = B_1 = 0$ ,  $|A_1| = |B_2|$  – круговой [19].

Средний поток энергии (1) не имеет компоненты, нормальной к поверхности раздела, т.е. энергия не проходит во вторую среду и отражение является полным. Вектор  $\bar{\mathbf{S}}$  имеет две компоненты –  $S_1$  в плоскости падения и  $S_2$  в направлении, перпендикулярном к плоскости падения. Компонента  $S_1$  обуславливает продольное смещение отра-

женного пучка в направлении вектора  $\mathbf{b}$  (сдвиг Гуса–Хэнхен). Наличие ненулевой компоненты  $S_2$  приводит к боковому сдвигу пучка – сдвигу Федорова.

Боковой поток энергии имеет наибольшее значение

$$S_2^{\max} = \pm \frac{c|\mathbf{b}|\varepsilon_1}{\pi\sqrt{\varepsilon_1\mu_1}} \times \frac{\eta_1^2\eta_2'e^{-2\omega\eta_2z/c}|A|^2}{\sqrt{\mathbf{b}^4(\varepsilon_1\mu_1 - \varepsilon_2\mu_2)^2 + \eta_1^2\eta_2'^2(\varepsilon_1\mu_2 - \varepsilon_2\mu_1)^2}}, \quad (5)$$

если

$$\frac{B/A}{B^*/A^*} = -\frac{s}{s^*}, \quad |A| = |B|.$$

Знаки  $\pm$  в (5) соответствуют двум противоположным направлениям максимального бокового потока. При этом напряженность электрического поля падающей волны для каждого из направлений

$$\mathbf{E}_{\pm}^{(in)} = A(\mathbf{a}_0 \pm e^{i\delta}\mathbf{d}), \quad e^{i\delta} = -i\sqrt{\frac{s}{s^*}}.$$

Векторы  $\mathbf{E}_+^{(in)}$  и  $\mathbf{E}_-^{(in)}$  описывают эллипсы, которые имеют одинаковую форму и размер, но различаются ориентацией на  $90^\circ$  и направлением обращения вектора электрического поля.

Боковой поток исчезает при эллиптической поляризации падающей волны, соответствующей условию

$$\frac{B/A}{B^*/A^*} = \frac{s}{s^*}.$$

Все приведенные выше формулы выполняются как для “правых”, так и для “левых” сред. Если первая и вторая среды имеют положительный показатель преломления, то величины  $\varepsilon$ ,  $\mu$  и  $\eta$  для каждой среды положительные. Учет знаков именно этих трех величин позволит нам далее исследовать полное внутреннее отражение на границе раздела “правой” и “левой” сред.

Пусть теперь первая среда будет “правой”, а вторая – “левой” ( $\varepsilon_2 = -|\varepsilon_2|$ ,  $\mu_2 = -|\mu_2|$ ). Энергия преломленной электромагнитной волны (для обычного преломления и отражения) в левой среде направлена противоположно вектору рефракции (волновому вектору). Поскольку энергия прошедшей волны направлена от границы раздела сред, то ее вектор рефракции направлен к границе раздела и представляется как

$$\mathbf{m}^{(t)} = \mathbf{b} - \eta_2\mathbf{q}.$$

Тогда если волна проходит в “левую” среду, то в формулах Френеля необходимо заменить

$\varepsilon_2 \rightarrow -|\varepsilon_2|$ ,  $\mu_2 \rightarrow -|\mu_2|$ ,  $\eta_2 \rightarrow -\eta_2$ . Нетрудно убедиться, что такая замена не изменяет волнового сопротивления (импеданса) изотропной среды и коэффициентов отражения и пропускания волн.

При полном внутреннем отражении вектор рефракции неоднородной волны в “левой” среде принимает то же значение, что и для среды с положительным показателем преломления  $\mathbf{m}^{(t)} = \mathbf{b} + i\eta_2'\mathbf{q}$ , так как только такой вектор рефракции обеспечивает затухание волны во второй среде при удалении от границы раздела. Тогда в выражениях для потока энергии во второй среде следует изменить лишь знаки диэлектрической и магнитной проницаемостей  $\varepsilon_2 \rightarrow -|\varepsilon_2|$ ,  $\mu_2 \rightarrow -|\mu_2|$ . При этом продольный поток энергии  $S_1$  изменяет знак на противоположный (отрицательный сдвиг Гуса–Хэнхен), а боковой поток энергии

$$S_2 = \frac{c|\mathbf{b}|\varepsilon_1\eta_1^2\eta_2'}{\pi\sqrt{\varepsilon_1\mu_1}} e^{-2\omega\eta_2z/c} \operatorname{Im}\left(\frac{A^*B}{s^*}\right), \quad (6)$$

$$s = (\eta_1|\mu_2| + i\eta_2'\mu_1)(\eta_1|\varepsilon_2| - i\eta_2'\varepsilon_1).$$

Видно, что поперечные потоки энергии (3) для “правых” сред и (6) будут совпадать при замене вектора напряженности электрического поля падающей волны (4) на  $\mathbf{E}_{rl}^{(in)} = A^*\mathbf{a}_0 - B^*\mathbf{d}$ , где буквы  $r$  и  $l$  указывают, что напряженность падающей волны относится к случаю, когда первая среда является “правой”, а вторая – “левой”. Эллипс колебаний вектора  $\mathbf{E}_{rl}^{(in)}$  имеет те же размеры, форму и направление обхода, что и эллипс вектора  $\mathbf{E}^{(in)}$ , но отличается ориентацией. Если большая полуось эллипса вектора  $\mathbf{E}^{(in)}$  образует угол  $\chi$  с направлением  $\mathbf{a}_0$ , то вектор  $\mathbf{E}_{rl}^{(in)}$  характеризуется ориентациями эллипса с азимутами  $-\chi$  или  $\pi/2 - \chi$ . Таким образом, для того чтобы боковой поток энергии на границе “правой” и “левой” сред не изменился по сравнению со случаем двух “правых” сред, необходимо использовать падающий пучок с указанной выше ориентацией эллипса колебаний по азимутам  $-\chi$  или  $\pi/2 - \chi$ .

Если падающая волна имеет вид (4), то боковое смещение Федорова на границе двух “правых” или “правой” и “левой” сред в общем случае различно. Для того чтобы боковые сдвиги были одинаковыми, должно выполняться условие  $AB^* = -A^*B$ , которое соответствует эллиптически поляризованной падающей волне с азимутами колебаний  $\chi = 0, \pi/2$  и вектором напряженности электрического поля

$$\mathbf{E}^{(in)} = A\left(\mathbf{a}_0 + i\frac{B_2}{A_1}\mathbf{d}\right).$$

Единичные векторы  $\mathbf{a}_0$  и  $\mathbf{d}$  направлены вдоль малой и большой полуосей эллипса колебаний, а отношение этих полуосей равно  $B_2/A_1$ , причем на

правление обращения вектора электрического поля определяется знаком этого отношения. В частном случае  $B_2/A_1 = \pm 1$  получается круговой право- и левополяризованный свет. Боковой поток энергии  $S_2$  изменит знак при одновременной смене знаков диэлектрической и магнитной проницаемостей второй среды, если  $AB^* = A^*B$ , что соответствует линейной поляризации падающей волны

$$\mathbf{E}^{(in)} = A \left( \mathbf{a}_0 + \frac{B_1}{A_1} \mathbf{d} \right).$$

Условие, при котором боковой поток энергии в “левой” среде становится равным нулю, в рассматриваемом случае можно записать как

$$\frac{B/A}{B^*/A^*} = \frac{s^*}{s}.$$

Значение наибольшего бокового смещения остается прежним (5), однако напряженности электрического поля, при которых достигается  $S_2^{\max}$ , изменяют азимут колебаний  $\chi = \pm\pi/4$  на  $\chi = \mp\pi/4$ :

$$\mathbf{E}_{\pm}^{(in)} = A(\mathbf{a}_0 \mp e^{-i\delta} \mathbf{d}).$$

Если первая среда характеризуется отрицательным, а вторая – положительным показателем преломления, то продольный сдвиг Гуса–Хэнхен является положительным. Имеется в виду, что поток  $S_1$  и сдвиг фазы волны при отражении в рассматриваемом случае совпадают с потоком и сдвигом фазы при полном внутреннем отражении от границы двух “правых” сред. Боковое смещение пучка

$$S_2 = -\frac{c|\mathbf{b}||\epsilon_1|\eta_1^2\eta_2'}{\pi\sqrt{\epsilon_1\mu_1}} e^{-2\omega\eta_2'z/c} \operatorname{Im} \left( \frac{A^*B}{s^*} \right), \quad (7)$$

$$s = (\eta_1\mu_2 + i\eta_2'|\mu_1|)(\eta_1\epsilon_2 - i\eta_2'|\epsilon_1|).$$

Очевидно, данный боковой поток энергии совпадает с (3), если падающая волна характеризуется вектором напряженности электрического поля

$$\mathbf{E}_{lr}^{(in)} = A^*\mathbf{a}_0 + B^*\mathbf{d}. \text{ Эллипсы колебаний векторов}$$

$\mathbf{E}_{lr}^{(in)}$  и  $\mathbf{E}^{(in)}$  имеют одинаковые размер, форму и ориентацию, но различаются направлением обхода. Следовательно, для того чтобы боковой сдвиг пучка остался прежним при изменении знака показателя преломления первой среды, необходимо использовать вместо правополяризованных падающих волн левополяризованные, и наоборот. Боковые потоки энергии (6) и (7) противоположно направлены, поэтому если волна вида (4) падает на границу раздела “левой” и “правой” сред и боковой поток энергии равен боковому потоку энергии для двух “правых” сред, то должно выполняться условие  $AB^* = A^*B$  (падающие волны имеют линейную поляризацию). Аналогично боковой поток энергии изменит знак при смене зна-

ка показателя преломления первой среды, когда  $AB^* = -A^*B$ . Если обе среды имеют одновременно отрицательные диэлектрические и магнитные проницаемости, то средний поток энергии  $\bar{S}$  во второй среде будет направлен противоположно потоку энергии в случае полного внутреннего отражения от границы раздела двух “правых” сред.

В заключение отметим, что необычные свойства продольного и бокового сдвигов при полном внутреннем отражении от границы раздела “правых” и “левых” сред могут найти применение в планарных волноводах. Например, их можно использовать для компенсации сдвига Федорова. Если рассмотреть планарный волновод, состоящий из трех слоев – “правого” ( $\epsilon_2, \mu_2$ ), “правого” ( $\epsilon_1, \mu_1$ ) и “левого” ( $-\epsilon_2, -\mu_2$ ), то волновод будет обладать следующими свойствами. Во-первых, он будет поддерживать ТЕМ-моды как двумерный волновод с идеально проводящими границами за счет обращения в нуль суммарного сдвига Гуса–Хэнхен при отражении от двух границ раздела сред. Во-вторых, этот волновод будет полностью компенсировать боковой сдвиг за счет смещения линейно поляризованного пучка в одну сторону при полном внутреннем отражении от первой границы раздела и в другую сторону на ту же величину при отражении от второй границы.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Smith D.R. et al.* // Phys. Rev. Lett. 2000. V. 84. P. 4184.
2. *Shelby R.A., Smith D.R., Schultz S.* // Science. 2001. V. 292. P. 77.
3. *Pendry J.* // OPN. 2004. № 9. P. 33.
4. *Веселаго В.Г.* // УФН. 1967. Т. 92. № 3. С. 517.
5. *Ламб Г.* Гидродинамика. М.: ОГИЗ, 1947. 928 с.
6. *Мандельштам Л.И.* // ЖЭТФ. 1945. Т. 15. С. 475.
7. *Ваишковский А.В., Локк Э.Г.* // УФН. 2004. Т. 174. № 6. С. 657.
8. *Блиох К.Ю., Блиох Ю.П.* // УФН. 2004. Т. 174. № 4. С. 439.
9. *Веселаго В.Г.* // УФН. 2003. Т. 173. № 7. С. 790.
10. *Lai H.M., Kwok C.W., Loo Y.W., Xu B.Y.* // Phys. Rev. E. 2000. V. 62. P. 7330.
11. *Berman P.R.* // Phys. Rev. E. 2002. V. 66. P. 067603.
12. *Lakhtakia A.* // arXiv:physics/0305133.
13. *Федоров Ф.И.* // ДАН СССР. 1955. Т. 105. С. 465.
14. *Федоров Ф.И.* // Тр. Ин-та физ.-мат. АН БССР. 1956. № 1. С. 11.
15. *Imbert C.* // Compt. Rendu. B. 1968. V. 267. P. 1401.
16. *Ashby N., Miller S.C.* // Phys. Rev. D. 1973. V. 7. P. 2375.
17. *Бельский А.М.* // Опт. и спектр. 1986. Т. 60. В. 4. С. 792.
18. *Бельский А.М.* // Опт. и спектр. 1987. Т. 62. В. 6. С. 1335.
19. *Федоров Ф.И.* Теория гиротропии. Минск: Наука и техника, 1976. 456 с.